УДК 621.391.8
DOI https://doi.org/10.32782/2663-5941/2026.1.2/42

Соколов А.В.
https://orcid.org/0000-0003-0283-7229
Національний університет «Одеська юридична академія»

Слатвінська В.М.
https://orcid.org/0000-0002-6082-981X
Національний університет «Одеська юридична академія»

Бевза В.І.
https://orcid.org/0009-0007-2695-969X
Національний університет «Одеська юридична академія»

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАВАДОСТІЙКОГО КОДУВАННЯ ЗА УМОВИ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ШВИДКОСТІ КОДУ

У сучасних телекомунікаційних системах ефективне завадостійке кодування є критично важливим для забезпечення надійності передачі даних в умовах шуму та перешкод. Основною проблемою є вибір коду, який забезпечує баланс між здатністю коректувати помилки та швидкістю коду. У статті досліджується ефективність завадостійких кодів БЧХ та Хеммінга при фіксованих швидкостях кодування 0,68-0,84. Проведено компаративний аналіз їх здатності забезпечувати надійну передачу даних через канал з адитивним білим гаусівським шумом (AWGN) при використанні модуляції BPSK. Результати дозволяють оцінити компроміс між надійністю передачі даних та швидкістю коду для різних параметрів кодів.

Мета статті полягає у порівнянні ефективності кодів БЧХ та Хеммінга при приблизно однакових швидкостях кодування та аналізі впливу параметрів коду на ймовірність бітової помилки (BER) у каналі з AWGN.

Наукова новизна роботи полягає у проведенні експериментального компаративного аналізу кодів Хеммінга (15,11), БЧХ(15,11), БЧХ(31,26) та БЧХ(31,21) з близькими швидкостями кодування, що дозволяє об'єктивно оцінити реальний компроміс між корекційними властивостями кодів та їх кодовими швидкостями. Вперше для цього класу кодів систематично досліджено залежність BER від співвідношення сигнал/шум (SNR) при різних параметрах коду.

Результати експериментального дослідження показують, що коди Хеммінга (15,11) та БЧХ(15,11) забезпечують суттєве зниження BER при збереженні високої швидкості передачі даних. Потужніші БЧХ-коди (31,21) та (31,26) демонструють вищу стійкість до шуму: БЧХ(31,21) досягає найнижчих значень BER, тоді як БЧХ(31,26) забезпечує збалансовані показники BER і швидкості кодування.

Висновки дозволяють оцінити вплив параметрів кодів на надійність передачі даних та швидкість коду. Результати демонструють, що вибір коду залежить від умов експлуатації каналу: для каналів із підвищеним шумом доцільно використовувати потужніші БЧХ-коди, тоді як для каналів із критичною швидкістю передачі ефективними залишаються короткі коди з меншою надмірністю. Дослідження надає практичні рекомендації для оцінки компромісу між надійністю та швидкістю кодування в сучасних телекомунікаційних системах.

Ключові слова: *коди БЧХ, завадостійке кодування, циклічні коди, корекція помилок, співвідношення сигнал-шум, декодування, системи передачі інформації, імовірність помилки, телекомунікаційні мережі, цифрові канали зв'язку, захист пристроїв у мобільних мережах.*

Постановка проблеми. Сучасні телекомунікаційні системи функціонують в умовах постійного впливу завад, які призводять до виникнення помилок при передачі та обробці цифрових даних. Зі зростанням швидкості передачі інформації та підвищенням щільності запису в напівпровідниках зростає й ймовірність спотворення бітів, що робить ефективне завадостійке кодування кри-

© Соколов А.В., Слатвінська В.М., Бевза В.І., 2026
Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу CC BY 4.0

тично важливим для забезпечення надійності інформаційних систем. Проблема стає особливо актуальною для бездротових мереж та супутникових систем зв'язку, які зазнають впливу значних перешкод, а також для підводних акустичних каналів, що функціонують у складних умовах поширення сигналу. Крім того, багаторівнева флеш-пам'ять характеризується низьким співвідношенням сигнал-шум, що підвищує ризик виникнення помилок у процесі зберігання та зчитування даних, а інтенсивність перешкод у реальних умовах експлуатації залишається високою.

Фундаментальною проблемою при конструюванні систем цифрового передавання даних є вибір оптимального завадостійкого коду, здатного забезпечити необхідний компроміс між надійністю передачі даних (визначеною здатністю коду коригувати помилки) та реальною швидкістю передачі даних у каналі. Незважаючи на наявність широкого різноманіття кодів із різними параметрами, коректне порівняльне оцінювання можливе лише за умови аналізу кодів із близькими швидкостями кодування при однакових умовах функціонування каналу зв'язку. Такий методологічний підхід дозволяє об'єктивно визначити переваги кожного класу кодів та обґрунтовано обрати оптимальне рішення для конкретної системи передачі інформації. У межах цього дослідження проведено компаративний аналіз ефективності кодів БЧХ із різними параметрами та кодів Хеммінга при швидкостях кодування в діапазоні 0,68-0,84, що дозволяє оцінити реальний компроміс між надійністю та реальною швидкістю передачі даних у каналі у широкому спектрі практичних телекомунікаційних реалізацій.

Актуальність дослідження зумовлена необхідністю оцінки ефективності завадостійких кодів при фіксованій швидкості кодування, близькій до практично використовуваних значень у сучасних телекомунікаційних системах. Незважаючи на наявність численних досліджень кодів БЧХ та Хеммінга, саме аналіз їх поведінки при приблизно однаковій швидкості кодування дозволяє об'єктивно порівняти ключові характеристики цих кодів та визначити оптимальний компроміс між надійністю передавання даних і реальною швидкістю передачі даних у каналі. Такий підхід робить дослідження особливо актуальним для практичних застосувань, адже дозволяє оцінити ефективність найбільш поширених і важливих класів кодів у реальних умовах експлуатації.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблематика застосування кодів БЧХ для забезпечення захисту від помилок активно досліджується в сучасних цифрових системах, що привертає значну увагу наукової спільноти протягом останніх років. Так, у роботі [1] автори розробили та реалізували високопродуктивний апаратний модуль для корекції багатобітових помилок на основі кодів БЧХ, орієнтований на апаратні платформи (FPGA). Основна увага приділяється оптимізації архітектури БЧХ-декодера для досягнення високої реальної швидкісті передачі даних у каналі та здатності одночасно виправляти кілька помилок, що суттєво важливо для сучасних систем зв'язку та зберігання даних із високими вимогами щодо швидкодії. Запропонована реалізація демонструє значне прискорення обробки помилок порівняно з традиційними підходами, зокрема забезпечуючи високу швидкість передачі даних та зменшення затримок при декодуванні. Робота [2] присвячена розробці механізму передачі повідомлень у транспондерних системах із застосуванням кодів БЧХ для підвищення надійності. Автори досліджують архітектуру та функціональні блоки транспондера, де БЧХ-коди використовуються для виявлення та корекції помилок у переданих даних. Пропонована схема спрямована на забезпечення більшої стійкості до шуму та інтерференцій у каналі, що особливо важливо для бездротових і мобільних комунікацій. Робота містить опис алгоритмів кодування та декодування і демонструє поліпшення показників надійності передачі порівняно з системами без використання завадостійких кодів.

У теоретичній роботі [3] досліджуються властивості класу циклічних кодів БЧХ довжини $(q^m+1)/2$, де q – степінь простого числа, а m – додатне ціле число. Основний внесок – визначення перших найбільших косет-лідерів для таких БЧХ-кодів і, на підставі цього, доказ параметрів цих кодів (розмірність та мінімальна відстань), що дозволяє будувати оптимальні або майже оптимальні коди в цьому сімействі. Отримані результати розширюють відомі класи БЧХ-кодів та сприяють точнішому визначенню їхніх параметрів у практичних застосуваннях цифрового кодування та телекомунікацій.

Ding і Li у роботі [4] провели теоретичний огляд і систематизацію властивостей циклічних БЧХ-кодів, які є підкласом циклічних лінійних кодів і часто демонструють кращі параметри серед усіх циклічних кодів. У дослідженні охарактеризовано основні властивості таких кодів, встановлено зв'язки між параметрами (довжина, мінімальна відстань, розмірність) та їхніми алге-

браїчними характеристиками, а також розглянуто питання нижніх оцінок мінімальної відстані коду та конструкцій оптимальних БЧХ-кодів. Робота служить комплексним джерелом знань про сучасний стан теорії БЧХ-кодів і їх застосування, що корисно для подальших досліджень і практичних реалізацій.

Стаття [5] є оглядом тенденцій і проблем, пов'язаних із застосуванням БЧХ-кодів у багаторівневих пристроях NAND-флеш-пам'яті. Автори аналізують суттєві труднощі для апаратної реалізації БЧХ-декодерів у вбудованих системах із обмеженими ресурсами (простір кристала, енергоспоживання), а також розглядають методи оптимізації часу корекції помилок і апаратної складності (включно з конвеєризацією, паралелізацією та ефективними архітектурами для обчислення синдромів і локалізації помилок). Такий огляд важливий для проектування ефективних БЧХ-декодерів у реальних пристроях пам'яті та вирішення практичних обмежень сучасних NAND-реалізацій.

У роботі [6] досліджено два класи LCD (Linear Complementary Dual) БЧХ-кодів над скінченними полями, які характеризуються тим, що код і його дуальний код не мають спільних ненульових кодових слів, що робить їх стійкішими для певних застосувань. Автори визначили параметри вузького ($n=\frac{q^m+1}{q+1}$) і розширеного ($n=q^m+1$) класів БЧХ-кодів та вивчили їхню структуру, включно з найвищими косет-лідерами й параметрами мінімальної відстані. Робота розширює класи відомих БЧХ-кодів, показуючи, що деякі з них можуть мати оптимальні параметри, що важливо для практичних застосувань у телекомунікаціях і пам'яті.

Lee у роботі [7] запропонував метод побудови декодерів БЧХ з пониженою обчислювальною складністю для застосувань у системах зберігання даних. Основна ідея полягає у використанні «квазіреверсивних» структур декодування, що дозволяє суттєво зменшити обсяг апаратних ресурсів, необхідних для реалізації алгоритму виправлення помилок, при збереженні значних корекційних властивостей. Такий підхід особливо цінний для енергозалежних і компактних систем зберігання, де апаратні обмеження критично важливі, і дозволяє забезпечити баланс між продуктивністю та складністю декодування.

Автори [8] застосували модифіковані шифровані БЧХ-коди для зниження пік-фактору (PAPR) у системах OFDM для підводних акустичних каналів. Зниження PAPR є критично важливим у каналах із вузькою смугою, де сильні піки можуть знижувати ефективність передачі та спричиняти нелінійні спотворення. Використовуючи спеціальні комбінації БЧХ-кодів у схемі OFDM, дослідження показало, що можна досягти кращої енергоефективності передачі зберігаючи властивості корекції помилок, що важливо для підводних та інших складних каналів зв'язку.

У роботі [9] розглянуто два класи тернарних LCD констациклічних БЧХ-кодів, які поєднують властивості LCD-кодів та констациклічних кодів (їхня циклічність з модифікованим множником), що дозволяє досягати кращих комбінацій корекційної здатності та структури коду. Автори встановили параметри та дуальні властивості для обох класів, що дає змогу краще зрозуміти їхню внутрішню структуру і потенційні переваги щодо мінімальної відстані та ефективності кодування. Це важливо для застосувань, де потрібні дуже надійні та стійкі до помилок коди, зокрема в квантових та високозахищених системах зв'язку.

Zheng та Zhu у [10] зосередили увагу на так званих Schur-квадратах БЧХ-кодів та їхніх доповненнях, що мають особливі властивості при множенні кодових слів поелементно. Ці квадрати кодів важливі в контексті криптографії, розподілу секрету та безпечних багатосторонніх обчислень, оскільки демонструють нові структурні властивості та умови, за яких квадрати кодів і їх доповнення не вироджуються у повний простір. Робота розширює теоретичне розуміння БЧХ-кодів і відкриває шляхи для побудови нових класів кодів із спеціальними властивостями, корисними для задач із додатковими безпековими вимогами.

Постановка завдання. Метою дослідження є аналіз ефективності кодів БЧХ для завадостійкого кодування при фіксованій швидкості коду, близькій до практично використовуваних у сучасних телекомунікаційних системах (0,68-0,84). Основна увага приділяється порівнянню роботи кодів БЧХ(31,26), БЧХ(31,21), БЧХ(15,11), а також найближчого коду Хеммінга (15,11), що дозволяє оцінити їхню ефективність у реальних умовах передачі даних. Досліджуються залежності між параметрами кодування та ймовірністю помилки при різних значеннях співвідношення сигнал/шум (SNR). Розробляється структурна модель системи кодування-декодування, на основі якої обґрунтовуються рекомендації щодо вибору найкращих параметрів для практичних застосувань. Результати дослідження спрямовані на підвищення надійності передачі інформації без істотного зниження реальної швидкісті передачі даних у каналі.

Виклад основного матеріалу. Коди БЧХ належать до циклічних блокових кодів і вирізняються високою корекційною здатністю. Регулярна структура цих кодів дозволяє ефективно реалізовувати алгоритми кодування та декодування. Теоретичною основою є алгебра скінченних полів Галуа, в межах якої кодові слова подаються у вигляді поліномів. Властивості коду визначаються коренями цих поліномів, зокрема, для коду БЧХ довжини n над полем $GF(q)$ мінімальна відстань Хеммінга не менше δ. Це забезпечує можливість виявлення до $\delta-1$ помилок та виправлення до $(\delta-1)/2$ помилок у кодовому слові.

Структурна модель системи завадостійкого кодування на основі кодів БЧХ включає кілька функціональних блоків, взаємодія яких забезпечує ефективну передачу інформації в умовах завад. На рис. 1 наведено блок-схему цифрової системи передачі з використанням кодів БЧХ, що ілюструє взаємодію основних компонентів. Слід зазначити, що аналогічну структуру можна застосувати для дослідження інших класів кодів, включно з кодами Хеммінга, що дозволяє порівняльно оцінювати їх ефективність у однакових умовах.

Для експериментального аналізу ефективності кодів була реалізована наступна процедура. Спочатку генератором Бернуллі формуються випадкові бітові послідовності, які кодуються відповідним завадостійким кодом. Потім закодовані біти модуляцією BPSK перетворюються на сигнали, придатні для передачі через канал зв'язку з адитивним гаусовим шумом (AWGN) із заданим рівнем відношення сигнал/шум (SNR). Після проходження через канал сигнали демодуляються і декодуються, а отримані результати порівнюються з вихідними даними для оцінки ймовірності помилки (BER).

У порівнянні брали участь коди: БЧХ(31,26), БЧХ(31,21), БЧХ(15,11) та Хеммінга (15,11). Такий підхід дозволяє оцінити, як різні параметри кодів впливають на завадостійкість системи при практично важливій швидкості коду та реалістичних умовах шуму.

Як видно з рис. 1, система включає генератор випадкових бінарних послідовностей Бернуллі, кодер, перетворювач однополярного сигналу в біполярний, суматор для моделювання адитивного білого гауссівського шуму, приймач із декодером та систему візуалізації результатів. Така архітектура дозволяє досліджувати вплив параметрів каналу на якість прийому інформації та обирати характеристики системи кодування-декодування для конкретних умов експлуатації.

Для експериментального порівняння ефективності завадостійких кодів було проведено моделювання в однакових умовах: використовувалася модуляція BPSK у каналі з адитивним білим гауссівським шумом (AWGN), усі коди мали приблизно однакову швидкість кодування в діапазоні 0,68–0,84. Результати експериментів представлені на рис. 2, який демонструє залежність ймовірності бітової помилки (BER) від відношення сигнал/шум (SNR) для некодованої модуляції, коду Хеммінга (15,11) та кодів БЧХ з різними параметрами.

Аналіз величин BER для обраних кодів верифікує передбачувану закономірність: імплементація кодів із корекцією помилок істотно підвищує надійність передавання даних порівняно з некодованою BPSK-модуляцією. Коди Хеммінга (15,11) та БЧХ(15,11) забезпечують відчутне зменшення

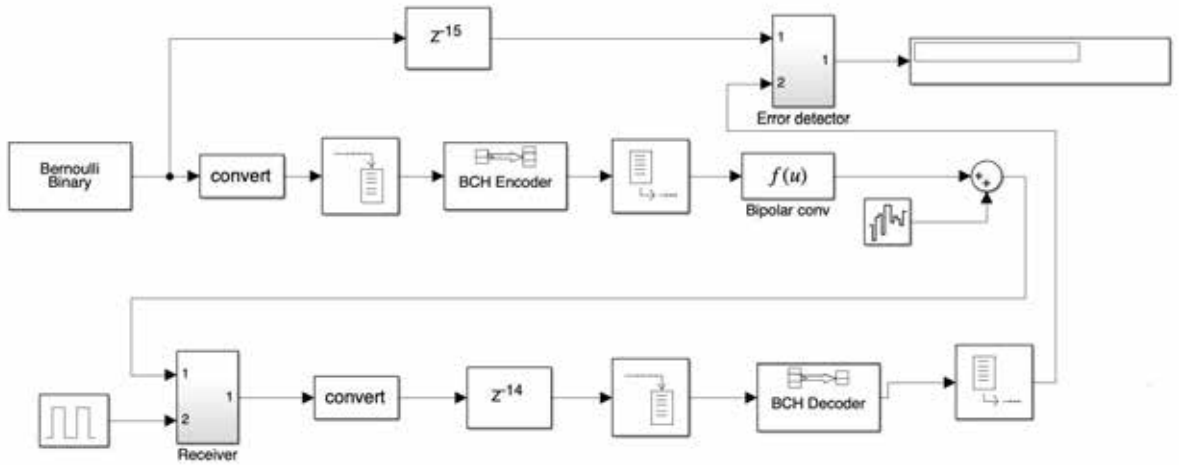

Рис. 1. Структурна схема системи передачі інформації з кодуванням (на прикладі кодів БЧХ)

Джерело: авторська розробка

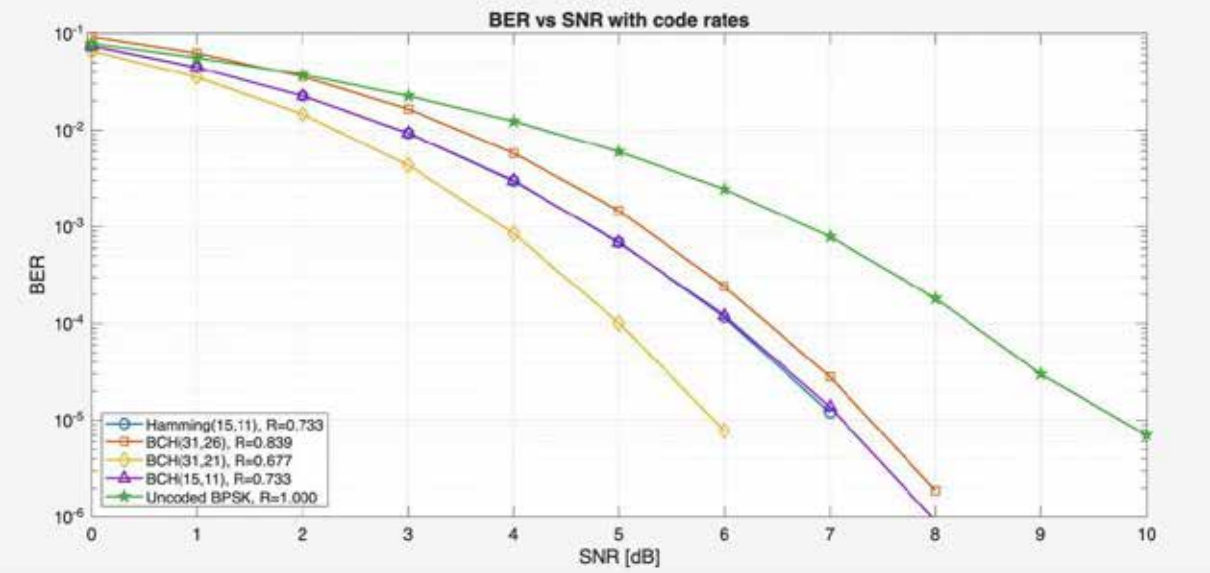

Рис. 2. Залежність BER від SNR для різних завадостійких кодів при модуляції BPSK

Джерело: авторська розробка

ймовірності помилки при помірних рівнях SNR, зберігаючи при цьому ефективну швидкість передачі в діапазоні 0,68-0,84. Порівняльний аналіз цих кодувальних схем уможливлює об'єктивну оцінку реального компромісу між показниками надійності та реальної швидкісті передачі даних у каналі: БЧХ-коди (31,26) і (31,21) виявляють вищу резистентність до шумових перешкод, причому БЧХ(31,21) досягає найнижчих значень BER ціною зниження ефективної швидкості до 0,68, в той час як БЧХ(31,26) забезпечує оптимальний баланс, гарантуючи низький рівень BER при порівняно високій швидкості 0,84. Експериментальні дані демонструють, що за фіксованої швидкості коду вибір конкретного алгоритму повинен визначатися специфічними вимогами до каналу: у випадках, коли критичною є швидкість передавання, ефективними залишаються короткі коди з невеликою надмірністю, тоді як для каналів з підвищеними вимогами до надійності раціональним є застосування потужніших БЧХ-кодів.

Висновки. Відзначимо основні результати проведених досліджень:

1. Застосування кодів із корекцією помилок значно підвищує надійність передачі даних порівняно з некодованою BPSK-модуляцією, навіть при помірних значеннях SNR.

2. Коди Хеммінга (15,11) та БЧХ(15,11) забезпечують помітне зниження ймовірності помилки при збереженні ефективної швидкості передачі в діапазоні 0,68-0,84.

3. Потужніші БЧХ-коди, такі як БЧХ(31,26) та БЧХ(31,21), демонструють вищу стійкість до шуму, причому БЧХ(31,21) досягає найнижчих значень BER ціною зниження швидкості до 0,68, а БЧХ(31,26) забезпечує оптимальний баланс між надійністю та швидкістю (0,84).

4. Вибір конкретного коду при фіксованій швидкості кодування повинен визначатися специфічними вимогами до каналу: для каналів, де критичною є швидкість передачі, ефективні короткі коди з невеликою надмірністю; для каналів з високими вимогами до надійності доцільно використовувати потужніші БЧХ-коди. Проведений експеримент дозволяє об’єктивно оцінити компроміс між показниками надійності та реальної швидкісті передачі даних у каналі і рекомендує найкращі параметри кодів для практичних телекомунікаційних систем.

Траєкторія подальших досліджень пов'язана зі створенням адаптивних кодувальних механізмів, які реалізують динамічну реконфігурацію параметрів коду згідно з поточними характеристиками каналу зв'язку.

Список літератури:

1. Puttaraju R., Muniyappa R. An efficient high throughput BCH module for multi-bits error correction mechanism on hardware platform. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. 2024. Vol. 34, No. 3. P. 1499–1508. DOI: https://doi.org/10.11591/ijeecs.v34.i3.pp1499-1508

2. Liu X., Lyu J. Design of Transponder Message Transmission Mechanism Based on Error Correction Code BCH. *IEEE 3rd International Conference on Communications, Information System and Computer Engineering (CISCE).* 2021. P. 1–5. DOI: https://doi.org/10.1109/ICCC54389.2021.9674680

3. Zhang J., Li P., Kai X., Sun Z. Some results on BCH codes of length $(q^m + 1)/2$. *Advances in Mathematics of Communications.* 2023. Vol. 17, No. 1. P. 1–18. DOI: https://doi.org/10.3934/amc.2023010

4. Ding C., Li C. BCH cyclic codes. *Discrete Mathematics.* 2024. Vol. 347, No. 7. Art. 113918. DOI: https://doi.org/10.1016/j.disc.2024.113918

5. Nabipour S., Javidan J., Drechsler R. Trends and challenges in design of embedded BCH error correction codes in multi-levels NAND flash memory devices. *Memories – Materials, Devices, Circuits and Systems.* 2024. Vol. 7. Art. 100099. DOI: https://doi.org/10.1016/j.memori.2024.100099

6. Fu Y., Liu H. Two classes of LCD BCH codes over finite fields (Version 1). *arXiv*. 2024. DOI: https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.14663

7. Lee C.-D. Reduced-Complexity Quasi-Reversible BCH Decoders for Data Storage Systems. *IEEE International Conference on Consumer Electronics – Taiwan (ICCE-TW).* 2021. P. 1–2. DOI: https://doi.org/10.1109/ICCE-TW52618.2021.9603036

8. Murad M., Tasadduq I. A., Otero P. Ciphered BCH Codes for PAPR Reduction in the OFDM in Underwater Acoustic Channels. *Journal of Marine Science and Engineering.* 2022. Vol. 10, No. 1. Art. 91. DOI: https://doi.org/10.3390/jmse10010091

9. Zhou Y., Kai X., Zhu S. Two classes of ternary LCD constacyclic BCH codes. Cryptography and Communications. 2023. Vol. 15, No. 6. P. 1207–1224. DOI: https://doi.org/10.1007/s12095-023-00655-1

10. Zheng B., Zhu S. Four families of squares of BCH codes and their complements. Discrete Mathematics. 2026. Vol. 349, No. 3. Art. 114736. DOI: https://doi.org/10.1016/j.disc.2025.114736

Sokolov A.V., Slatvinska V.M., Bevza V.I. RESEARCH OF ERROR-RESILIENT CODING PERFORMANCE UNDER EQUIVALENT CODE RATES

In modern telecommunication systems, effective error-correcting coding is critical to ensure reliable data transmission in conditions of noise and interference. The main problem is the choice of a code that provides a trade-off between error correction capability and code rate. The paper investigates the effectiveness of error-correcting Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) and Hamming codes at fixed coding rates of 0.68-0.84. A comparative analysis of their ability to ensure reliable data transmission over an additive white Gaussian noise (AWGN) channel using BPSK modulation is performed. The results allow us to assess the trade-off between data transmission reliability and code rate for different code parameters.

The purpose of the article consists in comparing the effectiveness of BCH and Hamming codes at approximately the same coding rates and analyzing the influence of code parameters on the bit error rate (BER) in an AWGN channel.

Scientific novelty lies in the experimental comparative analysis of Hamming code (15,11), BCH(15,11), BCH(31,26), and BCH(31,21) with similar coding rates, which allows us to objectively assess the real trade-off between the correction properties of the codes and the code rate. For the first time, the dependence of BER on the signal-to-noise ratio (SNR) for this class of codes has been systematically investigated for different code parameters.

Results show that Hamming codes (15,11) and BCH(15,11) provide a significant reduction in BER while maintaining a high code rate. The more powerful BCH codes (31,21) and (31,26) demonstrate higher noise immunity: BCH(31,21) achieves the lowest BER values, while BCH(31,26) provides balanced BER and coding rate.

Conclusions allow us to assess the impact of code parameters on data transmission reliability and code rate. The results demonstrate that the choice of code depends on the channel operating conditions: for channels with increased noise, it is advisable to use more powerful BCH codes, while for channels with a critical transmission rate, short codes with less redundancy remain effective. The research provides practical recommendations for assessing the trade-off between reliability and code rate in modern telecommunication systems.

Keywords: *BCH codes, error-correcting coding, cyclic codes, error correction, signal-to-noise ratio, decoding, information transmission systems, error probability, telecommunication networks, digital communication channels, device protection in mobile networks.*

Дата першого надходження статті до видання: 13.01.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 06.02.2026
Дата публікації (оприлюднення) статті: 08.04.2026